

Matplotlib と numpy の練習

問題 20 問題 13-16 から適当なもの (とはいえ, 13 はつまらなすぎるので, 14, 15 など) を選び, 運動する点の座標を, matplotlib を用いてグラフにプロットせよ (横軸が時刻, 縦軸が興味のある座標).

Visual Python を用いたアニメーションができていれば, それに対する変更は少ない. 各ステップの時刻と, 座標値をリストに格納して, 最後に matplotlib を呼び出せば良い (注: シミュレーションを行いながら更新されていく必要はない).

問題 21 : 連成振動 地震に対するビルの揺れを以下のようなモデルでシミュレートしてみよう.

ビルを, 図のように水平方向にのみ動けるブロック (階) が積み重なったものとしてモデル化する.

i 階と $(i+1)$ 階の間に「(横) ずれ」が生ずると, そのズレに比例した復元力が働く. 図で k_{ij} とあるのがその係数である.

以降では簡単のため, m_i はすべて等しく, k_{ij} も全て等しいとする.

1. 各階の (自然状態からの) 「ずれ」を変数 x_1, x_2, \dots として, それらが満たす 2 階の微分方程式を立てよ. ただし, 一番下の階 x_0 だけは与えられているものとする (これは, 地面のゆれとと共に動く部分をモデル化している).

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 = \dots \\ \ddot{x}_2 = \dots \\ \dots \\ \ddot{x}_n = \dots \end{cases}$$

2. 前式を行列を用いて書きなおせ.

$$\begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \vdots \\ \ddot{x}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \vdots \\ \dots \end{pmatrix}$$

n, k, m を与えて, 上記の行列を求め, numpy の array (または matrix) として返す Python の関数をかけ.

3. 一旦行列を用いた式に書きなおしてしまえば,

$$\ddot{x} = Ax + f$$

これをシミュレートするのは, 一変数の場合の,

$$\ddot{x} = ax + f$$

をシミュレートするのとほとんどかわらない. 唯一の違いは, 計算がベクトル(と行列)になっているところだけである.

numpy をうまく用いて, 係数行列 A とベクトル f を作り, Visual Python でアニメーションを行え. ただし, x_0 (地面) はある振動数で振動している, つまり,

$$x_0 = \text{適当な正弦波}$$

とせよ.

いつもどおり, まずは簡単なオイラー法でやってみて, その後, ルンゲクッタ法をやるとよい.

4. 計算結果 (各階の座標が時間とともにどう変わったか) を, matplotlib で表示してみよ.
5. (数学) 「適当な正弦波」の振動数をある振動数にすると, ビルは激しく揺れる (共振) ようになる.

